Osnovi računarstva I

Uvod

- ECTS formular je objavljen na virtuelnoj oglasnoj tabli: **www.etf.ucg.ac.me**

  >studijski programi >Osnovne studije EA >OR1 >obavjestenja

- Nastavnik: *Prof. dr Veselin N. Ivanović;* saradnica: *Milica Vušanović*
- Fond časova: 2P+1V+1L
- Literatura:
  - Udžbenik: Lj. Stanković, V.N. Ivanović, M. Radonjić, Osnovi računarstva, Podgorica, 2016.
  - Zbirka zadataka: M. Radonjić, Osnovi računarstva I – riješeni zadaci.
- Obaveze studenta u toku nastave:
  - pohađa nastavu,
  - odradi laboratorijske vježbe i
  - radi kolokvijum.

- **Oblici provjere znanja i ocjenjivanje**:
  - **Laboratorijske vježbe** se ocjenjuju sa ukupno **10 poena**
  - **Kolokvijum** (predvidjen za **20. Nov. 2023.**) se ocjenjuje sa **60 poena**
  - **Završni ispit** (predvidjen za **Jan. 2024.**) se ocjenjuje sa **30 poena**
- **Prelazna ocjena se dobija ako student kumulativno sakupi najmanje 50 poena**.
- Konačni rezultati sa predlozima ocjena koje će ići na usvajanje NN Vijeću biće poznati nakon popravnog ispita.
- Studenti koji osvoje više od 90, 80, 70, 60, 50 poena, obezbijedjuju ocjenu A, B, C, D, E, respektivno.
- Preduslovi da se uspješno savlada gradivo:
  - Dobra volja.
  - Poznavanje 4 osnovne matematičke operacije.
  - Malo vašeg dragocjenog vremena.

Drugim riječima: Svako može biti uspješan!

- **Obratiti pažnju**:
  - Ne postoji obnova laboratorijskih vježbi.
  - Redovno pratite obavještenja na virtuelnoj oglasnoj tabli.
  - Prigovori na stanje bodova mogu se realizovati lično, a najkasnije 7 dana nakon objavljivanja.
  - Svaki komentar, kritiku ili sugestiju slobodno iznesite, lično ili putem e-maila, i biće razmatrani.
  - **Učestvujte u nastavi** – nemojte biti samo pasivni posmatrači!

Osnovi računarstva I

Brojni sistemi

- Brojne vrijednosti (brojevi), zavisno od raspoloživog prostora ili svoje namjene, predstavljaju se u različitim brojnim sistemima.
- Brojne vrijednosti se reprezentuju nizom cifara (digita) odgovarajućeg brojnog sistema.
- Svaka cifra pojedinačno, *svojom pozicijom* u reprezentaciji brojne vrijednosti, doprinosi njenoj ukupnoj numeričkoj vrijednosti.
- Brojni sistem koji poznajemo iz svakodnevnog života je dekadni brojni sistem.
  - U ovom brojnom sistemu osnova brojanja je 10.
  - Čovjek je brojanje bazirao na deset prstiju svojih ruku, pa je zato dekadni brojni sistem njemu prirodan i poželjan način reprezentacije posmatrane vrijednosti.
- Dekadni broj predstavljen zapisom: $abc.de$

ima vrijednost: $a \times 10^2 + b \times 10^1 + c \times 10^0 + d \times 10^{-1} + e \times 10^{-2}$

gdje cifre *a, b, c, d, e* uzimaju vrijednosti iz skupa cifara: $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

- *Primjer*: Broj 173.76 može biti predstavljen na sljedeći način:

$$1\times10^{2}+7\times10^{1}+3\times10^{0}+7\times10^{-1}+6\times10^{-2}$$

- U **opštem slučaju** – slučaju proizvoljnog brojnog sistema – osnova može biti proizvoljan prirodni broj ***B***, veći od 1. U tom slučaju broj predstavljen zapisom ***abc.de*** ima vrijednost:

$$a\times B^{2}+b\times B^{1}+c\times B^{0}+d\times B^{-1}+e\times B^{-2}$$

- Proizvoljni broj: $a_n a_{n-1}\ldots a_1 a_0 \,.\, a_{-1} a_{-2}\ldots a_{-m}$

zapisan u brojnom sistemu osnove brojanja ***B***, ima (dekadnu) vrijednost:

$$S=\sum_{i=-m}^{n} a_i B^i$$

pri čemu su cifre a_i upotrijebljenog brojnog sistema cijeli brojevi iz opsega

$$0\le a_i\le B-1$$

- Gornja jednačina predstavlja **opšti izraz za konverziju broja datog u sistemu proizvoljne osnove brojanja *B* u dekadni brojni sistem.**

- Težine (položaji) cifara posmatraju se relativno u odnosu na decimalni zarez.
  - Težine cifara cjelobrojnog dijela broja uzimaju pozitivne vrijednosti, u rastujućem redu, počev od decimalnog zareza u lijevu stranu.
  - Težine cifara decimalnog dijela broja uzimaju negativne vrijednosti, u opadajućem redu, počev od decimalnog zareza u desnu stranu.
- U istoriji civilizacije korišćeni su i brojni sistemi sa drugim osnovama:
  - Vavilonski brojni sistem, koji se smatra prvim težinskim brojnim sistemom, imao je osnovu brojanja 60 (ostalo kod računanja vremena – sati, minuti, sekunde)
  - Sistem sa osnovom brojanja 12 (danas se upotrebljava u kalendarskoj podjeli godine; u engleskom mjernom sistemu ovaj sistem brojanja je često upotrebljavan – *„dozen”)*
  - Najpoznatiji netežinski sistem je *Rimski* sistem označavanja brojeva

Osnovi računarstva I

Binarni brojni sistem

- Sa stanovišta računarske tehnike i tehnologije posebno je interesantan binarni brojni sistem, čija je osnova brojanja $B = 2$
- Cifre u ovom brojnom sistemu uzimaju vrijednosti iz skupa cifara $\{0,1\}$
- Fizička realizacija cifara ovog brojnog sistema veoma je jednostavna:
  - zatvoren prekidač može predstavljati binarnu cifru 1, a otvoren binarnu cifru 0;
  - visok nivo napona može označavati 1, a nizak nivo napona 0;
  - jedan smjer magnetnog polja se može tumačiti kao 1, a drugi smjer polja kao 0;
  - ...
  - dva jasno definisana stacionarna stanja tranzistora, zasićenje i zakočenje, mogu označavati binarne vrijednosti 1 i 0.

- U binarnom brojnom sistemu broj $abc.de$

  ima vrijednost: $a \times 2^2 + b \times 2^1 + c \times 2^0 + d \times 2^{-1} + e \times 2^{-2}$

- *Primjer* : Binarni zapis broja 1011 predstavlja vrijednost

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

- Ukoliko se izvrši izračunavanje ovog izraza, on istovremeno može poslužiti za **tumačenje posmatranog broja u dekadnom brojnom sistemu**, u kome posmatrani binarni broj ima vrijednost:

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11$$

- U cilju razlikovanja brojeva zapisanih u različitim brojnim sistemima, prilikom njihovog zapisivanja, u indeksu broja ćemo dodavati vrijednost osnove brojnog sistema:

$$1011_{(2)} = 11_{(10)}$$

Pretvaranje broja iz dekadnog brojnog sistema u binarni

- Razlikuje se za cjelobrojni i decimalni dio dekadnih brojeva.
- Prilikom pretvaranja/konverzije **cjelobrojnog dijela** **dekadnog broja** u njegov binarni ekvivalent upotrebljava iterativan postupak (izvršava se u nizu veoma sličnih koraka).
- Prva iteracija sastoji se u dijeljenju posmatranog dekadnog broja sa osnovom binarnog brojnog sistema (2) i zapisivanju ostatka dijeljenja.
  - **Tom prilikom može se dobiti ostatak dijeljenja jednak nuli ili jednak jedinici, a to su cifre binarnog brojnog sistema.**
- Postupak se ponavlja, u nizu iteracija, sa količnikom dobijenim u prethodnoj iteraciji.
- Kada se dobije količnik dijeljenja jednak nuli, postupak se prekida.
- **Ostaci dobijeni prilikom dijeljenja sa 2, zapisani obrnutim redom od onog kojim su dobijeni, obrazuju traženi binarni zapis dekadnog br.**

Dokaz:

- Cijeli binarni broj $a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0$, čije pojedinačne cifre $a_i \in \{0,1\}$ **treba odrediti**, u dekadnom brojnom sistemu ima **poznatu vrijednost S**,

$$S = a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + ... + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2 + a_0 .$$

- Podijelimo dekadni broj *S* osnovom brojanja binarnog brojnog sistema:

$$S / 2 = a_n \times 2^{n-1} + a_{n-1} \times 2^{n-2} + ... + a_2 \times 2 + a_1 \text{ , sa ostatkom } a_0$$

- Primijetimo da ovim dijeljenjem kao ostatak dobijamo a_0 , najmanje značajnu cifru posmatranog binarnog broja
- Ponavljamo postupak:

$$(S / 2) / 2 = S / 2^2 = a_n \times 2^{n-2} + a_{n-1} \times 2^{n-3} + ... + a_2 \text{ , sa ostatkom } a_1$$

$$...$$

$$S / 2^n = a_n \text{ , sa ostatkom } a_{n-1}$$

$$S / 2^{n+1} = 0 \text{ , sa ostatkom } a_n$$

KRAJ

- *Primjer*: Pretvoriti dekadni broj $23_{(10)}$ u njemu odgovarajući binarni zapis.
- *Rješenje*:

$$\begin{array}{rl} & \text{ostatak} \\ 23/2=11 & 1 \to a_0 \\ 11/2=5 & 1 \to a_1 \\ 5/2=2 & 1 \to a_2 \\ 2/2=1 & 0 \to a_3 \\ 1/2=0 & 1 \to a_4 \end{array}$$

Prema tome, dekadnom broju $23_{(10)}$ odgovara binarni zapis $10111_{(2)}$

- Prilikom pretvaranja **decimalnog dijela** **dekadnog broja** u njegov binarni ekvivalent upotrebljava se takođe iterativan postupak.
- Prva iteracija sastoji se u množenju decimalnog dijela posmatranog dekadnog broja sa osnovom binarnog brojnog sistema (2) i zapisivanju cjelobrojnog dijela dobijenog rezultata.
  - **Tom prilikom može se dobiti cjelobrojni dio rezultata jednak nuli ili jednak jedinici, a to su cifre binarnog brojnog sistema.**
- Postupak se ponavlja, u nizu iteracija, sa decimalnim dijelom dobijenim u prethodnoj iteraciji.
- Kada se dobije decimalni dio jednak nuli, ili se postigne željena tačnost (preciznost) konverzije (željeni br. decimala), postupak se prekida.
- **Cjelobrojni djelovi dobijeni prilikom množenja sa 2, zapisani redom kojim su dobijeni, obrazuju traženi binarni zapis decimalnog dijela dekadnog broja. Ne zaboraviti vodeću nulu i decimalni zarez!**
- Dokaz je analogan dokazu za konverziju cjelobrojne vrijednosti – pogledati u literaturi!

- *Primjer* : Odrediti binarni ekvivalent decimalnom dekadnom broju $0.8125_{(10)}$
- *Rješenje*:

$$
\begin{array}{rc}
 & \text{cijeli dio rezultata} \\
0.8125 \times 2 = 1.625 & 1 \to a_{-1} \\
0.625 \times 2 = 1.25 & 1 \to a_{-2} \\
0.25 \times 2 = 0.5 & 0 \to a_{-3} \\
0.5 \times 2 = 1.0 & 1 \to a_{-4}
\end{array}
$$

Traženi binarni zapis je $0.1101_{(2)}$, odnosno $0.8125_{(10)} = 0.1101_{(2)}$

- Dekadni broj sa konačnim brojem decimalnih mjesta za svoj binarni ekvivalent **može** imati broj sa beskonačnim brojem decimalnih mjesta.
- Ova činjenica predstavlja značajan nedostatak binarnog zapisa brojnih veličina, pošto **onemogućava** u potpunosti tačnu binarnu reprezentaciju proizvoljnog dekadnog broja, odnosno njegov u potpunosti tačan binarni zapis u računaru.
- *Primjer* : Zapisati dekadni broj $0.425_{(10)}$ u binarnom obliku.
- *Rješenje*:

$$
\begin{array}{rl}
 & \text{cijeli dio rezultata} \\
0.425 \times 2 = 0.85 & 0 \rightarrow a_{-1} \\
0.85 \times 2 = 1.7 & 1 \rightarrow a_{-2} \\
0.7 \times 2 = 1.4 & 1 \rightarrow a_{-3} \\
0.4 \times 2 = 0.8 & 0 \rightarrow a_{-4} \\
0.8 \times 2 = 1.6 & 1 \rightarrow a_{-5} \\
0.6 \times 2 = 1.2 & 1 \rightarrow a_{-6} \\
0.2 \times 2 = 0.4 & 0 \rightarrow a_{-7}
\end{array}
$$

Osnovi računarstva I

Oktalni brojni sistem

- **Broj zapisan u binarnom obliku zahtijeva značajno veći broj cifara u poređenju sa zapisivanjem istog broja u bilo kom drugom brojnom sistemu.**
- Reprezentacijom brojnih veličina u sistemima čije osnove brojanja predstavljaju **stepen osnove brojanja binarnog brojnog sistema** nastoji se ublažiti ovaj problem.
- Kod oktalnog brojnog sistema osnova brojanja je $B = 8 = 2^3$
- Broj ***abc.de***, zapisan u oktalnom brojnom sistemu ima vrijednost:

$$a \times 8^2 + b \times 8^1 + c \times 8^0 + d \times 8^{-1} + e \times 8^{-2}.$$

- Oktalna cifra može uzeti neku od vrijednosti iz skupa $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

- *Primjer* : Zapisati oktalni broj $107.1_{(8)}$ u dekadnom obliku.
- *Rješenje*:

$$1 \times 8^2 + 7 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} = 71.125_{\ (10)}$$

Pretvaranje broja iz dekadnog brojnog sistema u oktalni

- Izvršava se na analogan način kao iz dekadnog u binarni brojni sistem – dijeljenjem cjelobrojnog, odnosno množenjem decimalnog dijela dekadnog broja sa osnovom brojanja oktalnog brojnog sistema (*B*=8)
  - ostaci dobijeni dijeljenjem cjelobrojnog dijela dekadnog broja sa *B*=8 zapisuju se suprotnim redom od onog kojim su dobijeni
  - cjelobrojni djelovi proizvoda decimalnog dijela dekadnog broja sa *B*=8 zapisuju se onim redom kojim su izračunati
- Dokaz je analogan dokazu za prelaz iz dekadnog u binarni brojni sistem: uraditi za vježbu (dokaz se nalazi i u literaturi)
- Može se izvesti **opšti zaključak**: *Konverzija iz dekadnog u proizvoljni brojni sistem (osnove brojanja B) vrši se dijeljenjem cjelobrojnog dijela, odnosno množenjem decimalnog dijela dekadnog broja osnovom brojanja B brojnog sistema u koji se vrši konverzija, te zapisivanjem ostataka dobijenih dijeljenjem suprotnim redom od onog kojim su ostaci dobijeni, kao i zapisivanjem cjelobrojnih djelova proizvoda onim redom kojim su izračunati.*

- *Primjer* : Zapisati dekadni broj $354_{(10)}$ u oktalnom obliku.
- *Rješenje*:

	Ostatak
$354/8 = 44$	$2 \rightarrow a_0$
$44/8 = 5$	$4 \rightarrow a_1$
$5/8 = 0$	$5 \rightarrow a_2$

Prema tome, $354_{(10)} = 542_{(8)}$

Pretvaranje broja iz binarnog brojnog sistema u oktalni i obrnuto

- **Za prelazak iz binarnog u oktalni brojni sistem dovoljno je izvršiti grupisanje po tri binarne cifre (tzv. triade) i njih zapisati u dekadnom obliku.**
- **Dokaz:** Posmatrajmo cijeli binarni broj $a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$, dje je $a_i \in \{0,1\}$ i upotrijebimo ono što već znamo (konverzije **(2)**→**(10)**→**(8)**)
  - Brojna vrijednost ovog broja u dekadnom brojnom sistemu iznosi:

$$S = a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \ldots$$
$$+ a_5 \times 2^5 + a_4 \times 2^4 + a_3 \times 2^3 + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2 + a_0 .$$

  - Pretpostavimo da je $n = 3m - 1$, gdje je m prirodan broj, kako bi se posmatrana dekadna brojna vrijednost S mogla predstaviti sumom skupina, sastavljenih od po tri sabirka.

Napomena: Ova pretpostavka uvijek može biti zadovoljena – dodavanjem nula sa lijeve strane broja!

- Grupisanjem po tri sabirka, suma *S* poprima oblik:

$$S=(a_n\times 2^2+a_{n-1}\times 2+a_{n-2})\times 2^{n-2}+\ldots$$
$$+(a_5\times 2^2+a_4\times 2+a_3)\times 2^3+(a_2\times 2^2+a_1\times 2+a_0).$$

- Zamjenom $n=3m-1$ u prethodnom izrazu, dobija se:

$$S=b_{m-1}\times 2^{3m-3}+\ldots+b_1\times 2^3+b_0=b_{m-1}\times 2^{3(m-1)}+\ldots+b_1\times 2^3+b_0$$
$$=b_{m-1}\times 8^{m-1}+\ldots+b_1\times 8+b_0.$$

- Posljednji izraz predstavlja reprezentaciju dekadne sume *S* u oktalnom obliku, dje su koeficijenti b_i, i=0,1,...,m–1, cifre oktalnog brojnog sistema:

$$b_{m-1}=a_{3m-1}\times 2^2+a_{3m-2}\times 2+a_{3m-3}$$
$$\ldots$$
$$b_1=a_5\times 2^2+a_4\times 2+a_3,$$
$$b_0=a_2\times 2^2+a_1\times 2+a_0.$$

dje su: $b_i\in\{0,1,\ldots,7\}$

Analogno se dokazuje za decimalni dio broja

- *Primjer* : Zapisati binarni broj $1011010111.10_{(2)}$ u oktalnom obliku.
- *Rješenje*:
  - Dodati dvije nule sa lijeve strane cijelog dijela posmatranog broja
  - Dodati jednu nulu sa desne strane decimalnog dijela istog broja
  - Grupisati po tri binarne cifre
  - Tumačiti pojedinačno grupisane skupine od po 3 binarne cifre (dekadno):

$$\begin{array}{cccccc} 001 & 011 & 010 & 111 & . & 100 \\ 1 & 3 & 2 & 7 & . & 4 \end{array}$$

Dakle: $1011010111.10_{(2)} = 1327.4_{(8)}$

- *Primjer* : Pronaći binarni ekvivalent oktalnom broju $7012.3_{(8)}$.
- *Rješenje*:

7	0	1	2	.	3
111	000	001	010	.	011

Traženi binarni broj je $111000001010.011_{(2)}$.

- Iz svega navedenog može se zaključiti da se konverzija iz binarnog u oktalni brojni sistem i obrnuto može izvršiti na 2 načina:

1. **Konverzijom najprije u dekadni brojni sistem, a potom iz dekadnog u zahtijevani brojni sistem.**
   Napomena: Ovaj način je **univerzalan** i važi za konverziju brojeva iz proizvoljnog brojnog sistema osnove brojanja (a) u proizvoljni brojni sistem osnove brojanja (b) **(simbolički zapisano: (a)→(10)→(b))**.
2. **Grupisanjem po tri binarne cifre u tzv. triade i zapisivanjem svake triade njenom oktalnom vrijednošću; i obrnuto: predstavljanjem svake cifre posmatranog oktalnog broja njenim trocifrenim binarnim ekvivalentom.**

Osnovi računarstva I

Heksadekadni brojni sistem

- Kod heksadekadnog brojnog sistema osnova brojanja je $B = 16 = 2^4$
- Za zapis nekog broja potrebno je imati na raspolaganju 16 različitih cifara u ovom brojnom sistemu.
- Skup cifara heksadekadnog brojnog sistema je

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}\}$$

- *Primjer* : Zapisati heksadekadni broj $8A31F.2_{(16)}$ u dekadnom obliku.
- *Rješenje*:

$$8\times16^4+\mathrm{A}\times16^3+3\times16^2+1\times16^1+\mathrm{F}\times16^0+2\times16^{-1}$$
$$=566047.125_{(10)}$$

- **Binarni broj se pretvara u heksadekadni oblik grupisanjem po 4 binarne cifre (tzv. tetrade), te njihovim kasnijim pojedinačnim tumačenjem u heksadekadnom obliku.**
- Dokaz ovog stava u potpunosti je analogan dokazu sprovedenom u slučaju oktalnog brojnog sistema (uraditi za vježbu)

- *Primjer* : Zapisati binarni broj $100100111101010_{(2)}$ u heksadekadnom obliku.
- *Rješenje*:

$$\begin{array}{cccc} 0100 & 1001 & 1110 & 1010 \\ 4 & 9 & E & A \end{array}$$

Heksadekadni ekvivalent posmatranog binarnog broja je $49EA_{(16)}$

- *Primjer* : Prikazati heksadekadni broj $A95_{(16)}$ u binarnom brojnom sistemu.
- *Rješenje*:

$$\begin{array}{ccc} A & 9 & 5 \\ 1010 & 1001 & 0101 \end{array}$$

Znači, $A95_{(16)} = 101010010101_{(2)}$

Osnovi računarstva I

Binarna aritmetika

- Zbog posebne važnosti binarnog brojnog sistema (savremeni računari koriste upravo ovaj zapis) detaljno ćemo obraditi osnovne aritmetičke operacije sa brojevima u tom sistemu.
- Aritmetika u binarnom brojnom sistemu sasvim je slična aritmetici sa dekadnim brojevima, a u mnogim elementima i znatno jednostavnija.

Osnovi računarstva I

Binarna aritmetika

Sabiranje u binarnom brojnom sistemu

- Prilikom sabiranja binarnih cifara razlikuju se 4 slučaja i to:
  - 0 + 0 = 0 sa prenosom 0 na naredno težinsko mjesto
  - 0 + 1 = 1 sa prenosom 0 na naredno težinsko mjesto

    (isto što i 1 + 0 = 1 sa prenosom 0 na naredno težinsko mjesto)
  - 1 + 1 = 10, odnosno 0 sa prenosom 1 na naredno težinsko mjesto
  - 1 + 1 + 1 = 11, odnosno 1 sa prenosom 1 na naredno težinsko mjesto.
- Gornji slučajevi odnose se na binarne cifre tekućeg (posmatranog) težinskog mjesta binarnog broja.
- Prenos se odnosi na prenos koji se dešava sa tekućeg na naredno (više) težinsko mjesto posmatranog binarnog broja.

- *Primjer* : Sabrati binarne brojeve 1011.1 i 101.11
- *Rješenje*:
  - Posmatrane binarne brojeve **treba najprije zapisati tako da decimalni zarezi budu jedan ispod drugog**.
  - Primjenjujući navedena pravila sabiranja binarnih cifara na svim pojedinačnim težinskim mjestima sabiraka, počev od najnižeg – krajnjeg desnog težinskog mjesta prema višim (lijevim) težinskim mjestima, dobijamo:

$$\begin{array}{r} 1011.10 \\ + \quad 101.11 \\ \hline 10001.01 \end{array}$$

Provjerom u dekadnom br. sistemu: $11.5_{(10)} + 5.75_{(10)} = 17.25_{(10)}$